UNIVERSITÉ HASSAN II – CASABLANCA
Faculté des Sciences Juridiques Économiques et Sociales

Microéconomie

S2 Sciences Economiques et de Gestion
Ensemble : 5

Professeur : Tarik QUAMAR

Année universitaire 2019-2020

Partie II :

La théorie du comportement de consommateur

Plan de la partie II:

La théorie du comportement de consommateur

Chapitre 1 : L'UTILITÉ ET LES PRÉFÉRENCES DU CONSOMMATEUR

La théorie d'utilité

Les courbes d'indifférence et le taux marginal de substitution

Les fonctions d'utilité

La contrainte budgétaire

Chapitre 2 : LE CHOIX OPTIMAL DU CONSOMMATEUR

La résolution graphique du problème du consommateur

La résolution algébrique du problème du consommateur:

Méthode par substitution / Méthode de Lagrange

Chapitre 3 : LA DEMANDE INDIVIDUELLE ET LA DEMANDE DE MARCHÉ

La demande individuelle

L'équilibre du consommateur face à une variation des prix

L'équilibre du consommateur face à une variation du revenu

La demande de marché

Objectifs de la partie II

- L'analyse du consommateur permet de décrire que parmi l'ensemble des combinaisons de biens et services qu'il est en mesure de s'offrir, et étant données **ses préférences** et **sa contrainte budgétaire**, quelle est celle lui procurant le plus de satisfaction ?

- L'étude de ce comportement nous montrera comment **les variations des prix** et **du revenu** ont une influence sur **la demande** de biens et services et pourquoi la demande de certains produits est plus **sensible** aux **variations** de prix que pour d'autres.

Questions de la partie II

- Comment les consommateurs décident-ils de leur achat de biens et de services ?

- Comment les consommateurs utilisent-ils leurs préférences pour déterminer leur demande ?

- Quelles sont les contraintes budgétaires des consommateurs et comment allouent-ils leurs revenus pour leur consommation ?

- **Trois étapes nous permettront de comprendre le comportement du consommateur:**

1- L'étude des préférences du consommateur ;

2- L'étude de ses contraintes budgétaires ;

3- L'étude des choix de consommateur déterminés par la combinaison de ses préférences et de ses contraintes.

Chapitre I :

L'utilité et les préférences du consommateur

L’utilité du consommateur

L’utilité est une mesure de la satisfaction ou du bien être, qu’un individu retire de sa consommation d’un ensemble de biens et services.

- L’utilité est une notion intimement liée à celle de besoin: l’utilité est la capacité que possède un bien ou un service à satisfaire un besoin.

- L’utilité est un concept subjectif : car elle dépend des préférences de chaque consommateur.

L'utilité cardinale et l'utilité ordinale

Question: Peut-on mesurer l'utilité que le consommateur dérive de la consommation de chaque unité ?

- Deux types de mesure sont généralement retenus pour évaluer l'utilité : ***l'utilité cardinale*** et ***l'utilité ordinale***.

L'utilité cardinale

- Au XIXème, Bentham et Jevons employaient le concept d'utilité comme une mesure numérique du bonheur individuel. On dit que l'utilité est **un concept cardinal**.

✓ le consommateur est capable de quantifier et d'associer des nombres à l'utilité qu'elle retire de la consommation des biens et services.

✓ Exemple: si X (une pomme) procure 10 d'utilité alors que Y (une poire) procure 20 d'utilité, Y sera dit deux fois plus préférable que X.

L'utilité totale

- Dans le cadre de la théorie de l'utilité cardinale, les économistes marginalistes distinguent « l'utilité totale » de « l'utilité marginale »

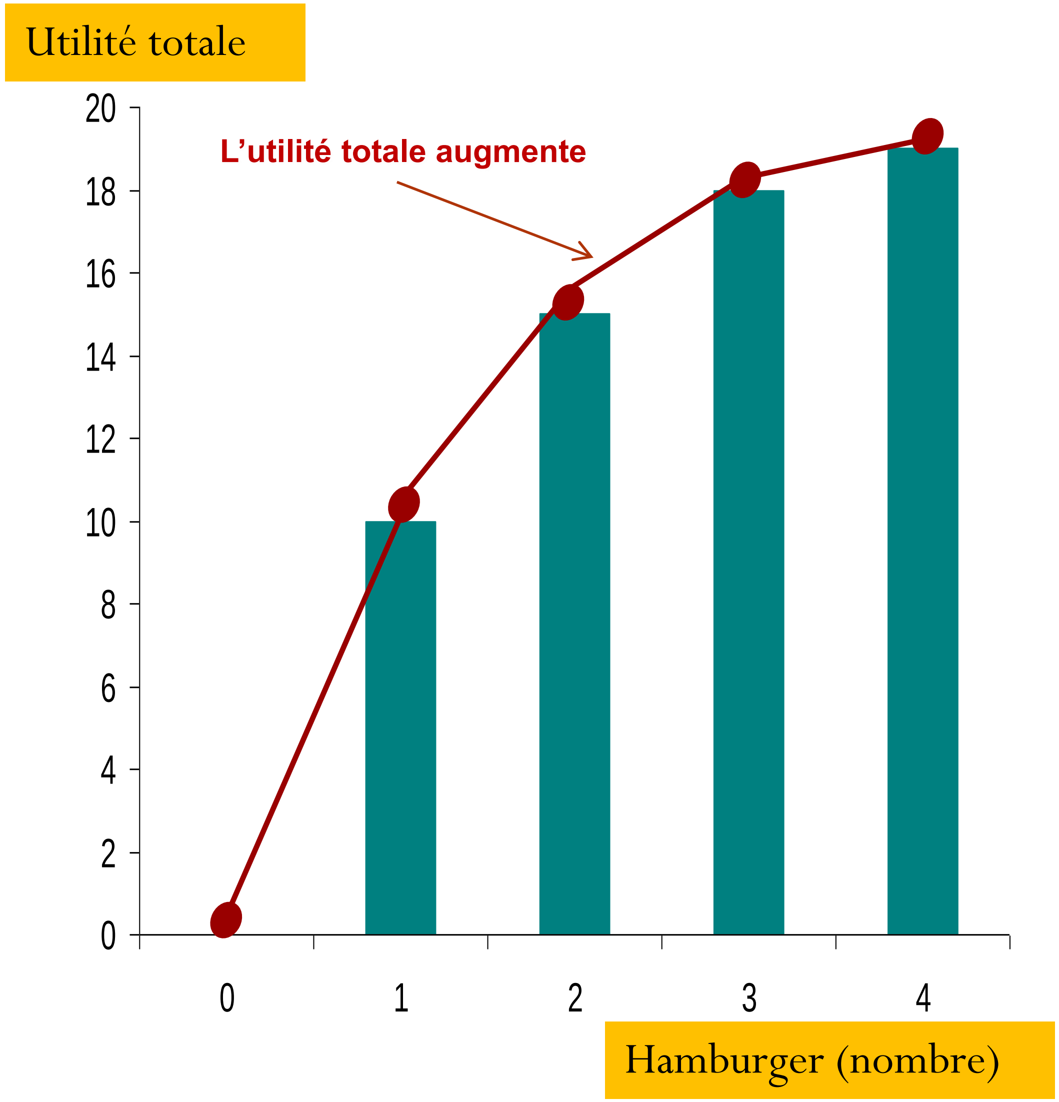
L'utilité totale est:

- la satisfaction totale qu'un consommateur retire de la consommation des biens et services.

- À mesure que les quantités consommées augmentent, l'utilité totale procurée par toutes les unités consommées augmente (mais moins en moins vite).

L'utilité totale

Hamburger (nombre)	Utilité totale
0	0
1	10
2	15
3	18
4	19



L'utilité marginale

- **L'utilité marginale** est l'accroissement d'utilité résultant de la consommation d'une unité supplémentaire du bien.

Autrement dit, c'est la variation de l'utilité totale résultant du supplément d'utilité attribuable à la dernière unité consommée d'un bien.

L'utilité marginale

- **L'utilité marginale** d'un bien (Um) mesure la variation de l'utilité totale **(ΔU)** découlant d'une petite variation de la quantité de bien consommée **(Δx)**.

- ***L'utilité marginale :*** $$Um = \frac{\Delta U}{\Delta x}$$

$$\Delta U = Um \times \Delta x$$

L'utilité marginale

- **L'utilité marginale** est la dérivée partielle de la fonction d'utilité par rapport aux quantités du bien à consommer.

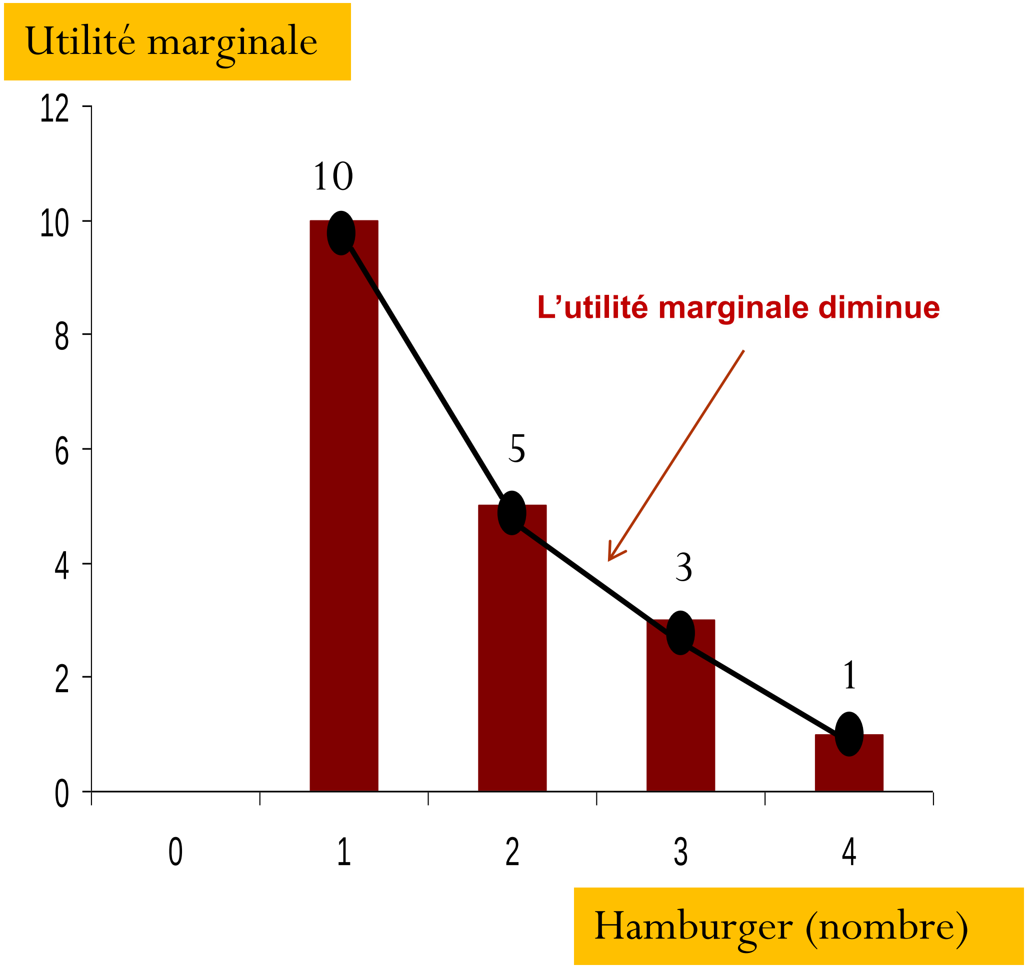
- Si on a un panier composé de deux biens **(x,y)** qui procure une utilité **U (x,y)**, alors :

✓ $$Umx = \frac{\Delta U(x,y)}{\Delta x} = \frac{\partial U(x,y)}{\partial x}$$

✓ $$Umy = \frac{\Delta U(x,y)}{\Delta y} = \frac{\partial U(x,y)}{\partial y}$$

L'utilité marginale

Hamburger (nombre)	Utilité totale	Utilité marginale
0	0	0
1	10	10
2	15	5
3	18	3
4	19	1

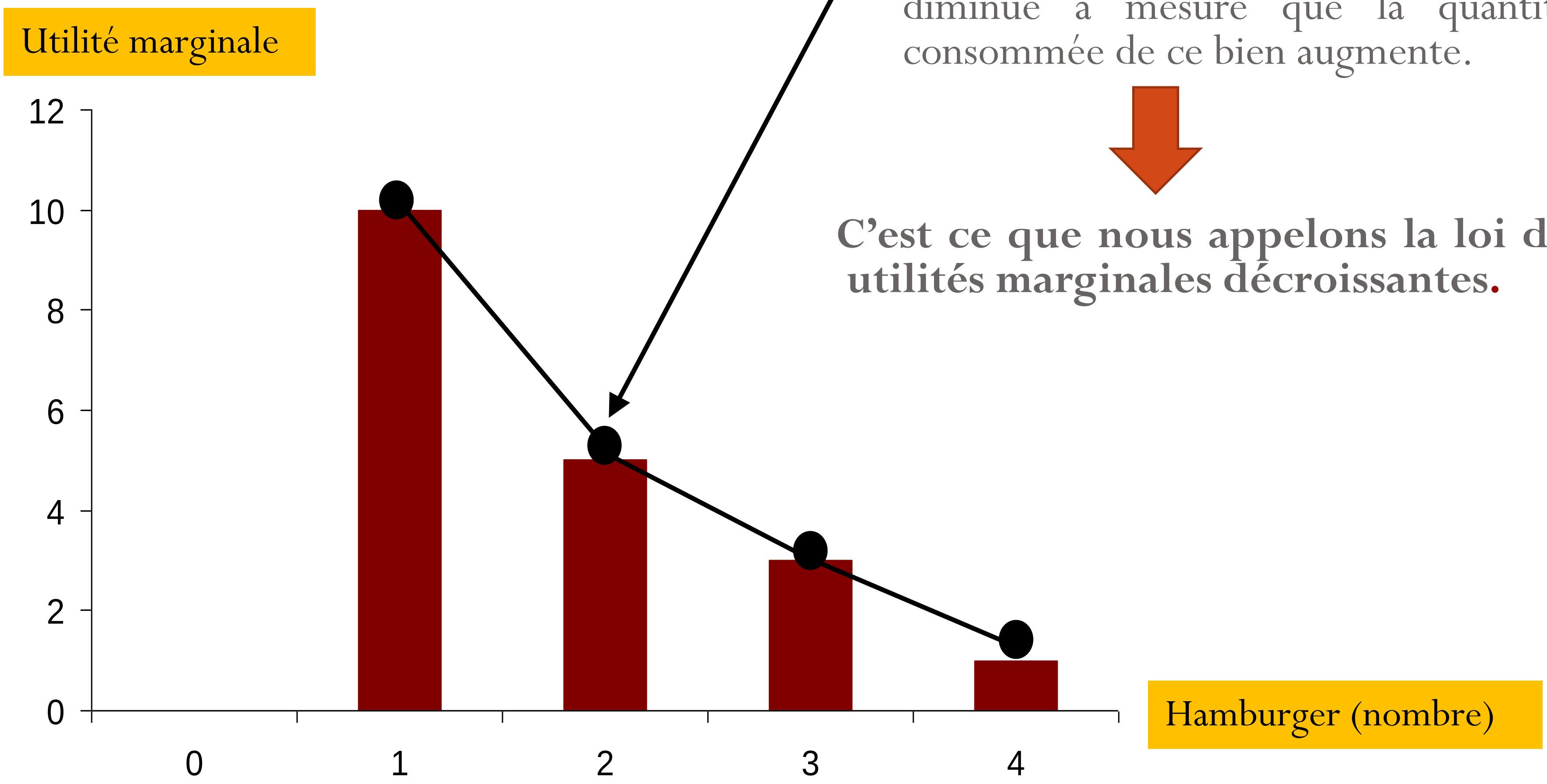


La loi de l'utilité marginale décroissante

- A mesure que la consommation d'un bien augmente, l'utilité de chaque unité supplémentaire consommée se réduit (l'utilité marginale diminue avec la consommation).

- Si la fonction d'utilité totale est croissante, la fonction d'utilité marginale est décroissante. Cette propriété est connue sous le nom de **loi des utilités marginales décroissantes** qui peut être formulée ainsi **:** **l'utilité qu'un individu retire de la consommation d'unités successives d'un bien donné diminuera à mesure que la consommation de ce bien augmente.**

La loi de l'utilité marginale décroissante



- L'utilité marginale du bien (hamburger) diminue à mesure que la quantité consommée de ce bien augmente.

C'est ce que nous appelons la loi des utilités marginales décroissantes.

L’utilité ordinale

- Pour Pareto et Hicks, l’utilité ne peut être mesurée de manière objective. Mais, cela ne pose pas de problème. Seul le classement des paniers importe.

- La valeur prise par la fonction d’utilité n’est intéressante que dans la mesure où elle classe les différents paniers.

- De là, on ne se soucie que du classement, que de l’ordre, on dit que **l’utilité est un concept ordinal**. Elle permet d’établir un ordre de préférences.

L'utilité ordinale

- L'utilité ordinale comme façon de décrire les préférences:

$$(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2) \quad \text{si} \quad U(x_1, x_2) > U(y_1, y_2)$$

$$(y_1, y_2) \succ (x_1, x_2) \quad \text{si} \quad U(x_1, x_2) < U(y_1, y_2)$$

$$(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2) \quad \text{si} \quad U(x_1, x_2) = U(y_1, y_2)$$

- Ce qui importe n'est pas la quantification de l'utilité, mais la classification de l'utilité traduisant analytiquement les préférences ordinales de consommateurs.

L'utilité ordinale

➢ Remarque :

- Les agents peuvent toujours classer les différents paniers.

- Leurs préférences sont transitives :

$$\text{Si } (x_1, x_2) \succ (y_1, y_2) \quad \text{et} \quad (y_1, y_2) \succ (z_1, z_2)$$
$$\Rightarrow \quad (x_1, x_2) \succ (z_1, z_2)$$

L’utilité, un moyen de représenter les préférences

- Les préférences doivent satisfaire aux hypothèses suivantes:

  - **Complétude:** Les consommateurs peuvent comparer et classer tous les paniers possibles. Ainsi, face à deux paniers : A et B, soit le consommateur préférera A à B, soit il préférera B à A, soit il sera indifférent entre les deux.

  NB: Nous disons que le consommateur est indifférent si sa satisfaction est la même avec un panier ou l’autre.

  - **Transitivité:** Si un consommateur préfère le panier A au panier B et le panier B au panier C, alors, il préfère le panier A au panier C.

  - **Plus est préféré à moins:** Le consommateur préfère toujours plus de biens à moins. Il n’est jamais au point de satiété.

  NB: la non-satiété désigne le fait que les consommateurs ne sont jamais satisfaits. On suppose en général que l’utilité de la dernière unité consommée ne devient jamais nulle : c’est la propriété dite de « non saturation », ce qui implique que « Plus est toujours mieux », même si ce n’est qu’un peu plus. Dans les faits, Il existe une certaine satiété des besoins, mais elle n’est jamais totale.

La courbe d'indifférence (CI)

Comment un consommateur compare-t-il deux paniers de biens ?

- Un ***panier de biens*** est une liste des quantités d'un ou de plusieurs biens.
- Les consommateurs peuvent choisir entre des paniers contenant différents biens.

La courbe d’indifférence (CI)

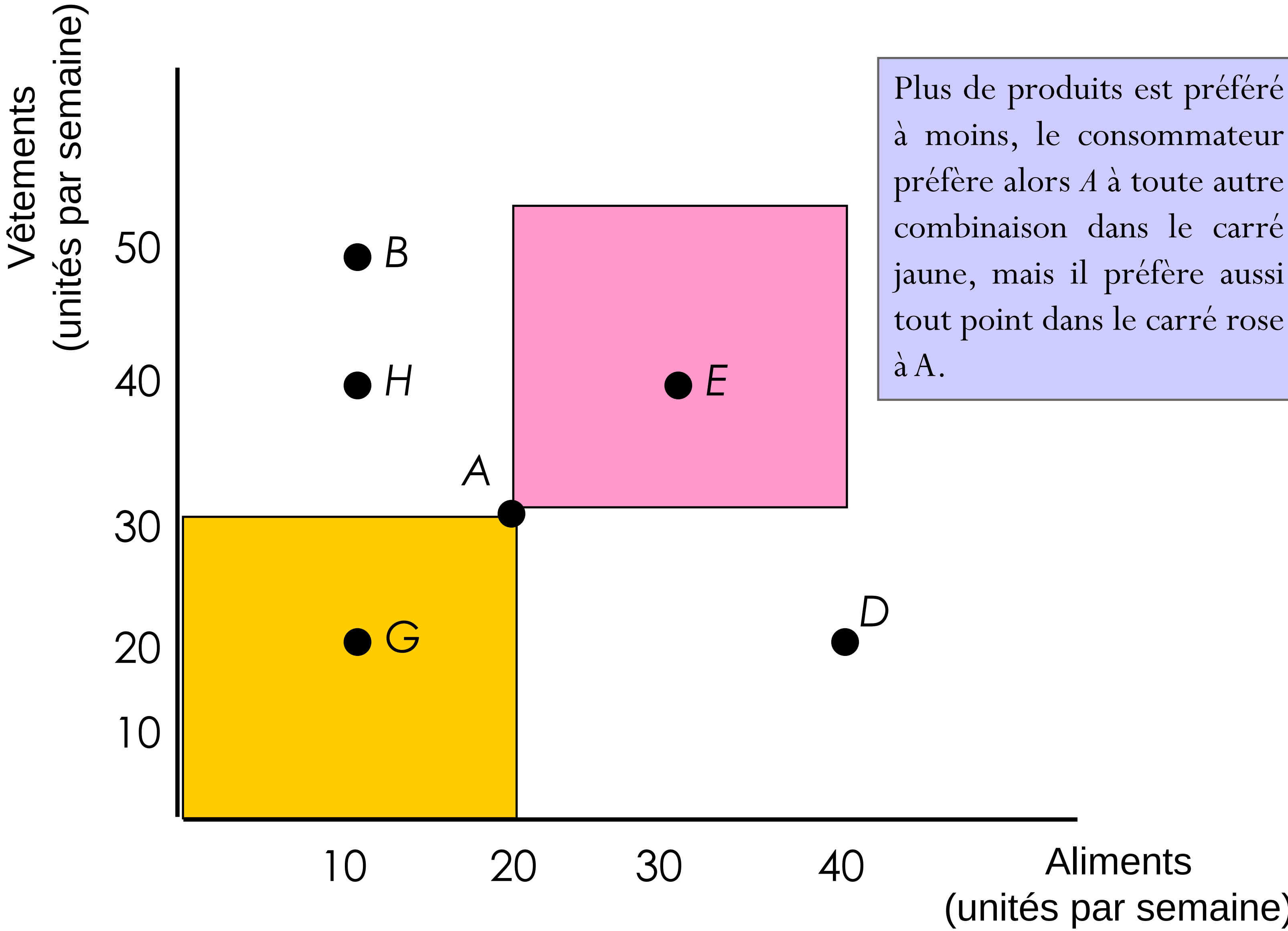
- On peut représenter graphiquement les préférences des consommateurs à l’aide de ***courbes d’indifférence***.

Les courbes d’indifférence représentent toutes les combinaisons de biens (les différents paniers de biens) auxquelles un individu est indifférent (c’est-à-dire qui procure la même satisfaction). Le long d’une courbe d’indifférence, le niveau d’utilité est le même.

Courbes d’indifférence : un exemple

Panier de biens	Aliments (unités par semaine)	Vêtements (unités par semaine)
A	20	30
B	10	50
D	40	20
E	30	40
G	10	20
H	10	40

Courbes d'indifférence : un exemple

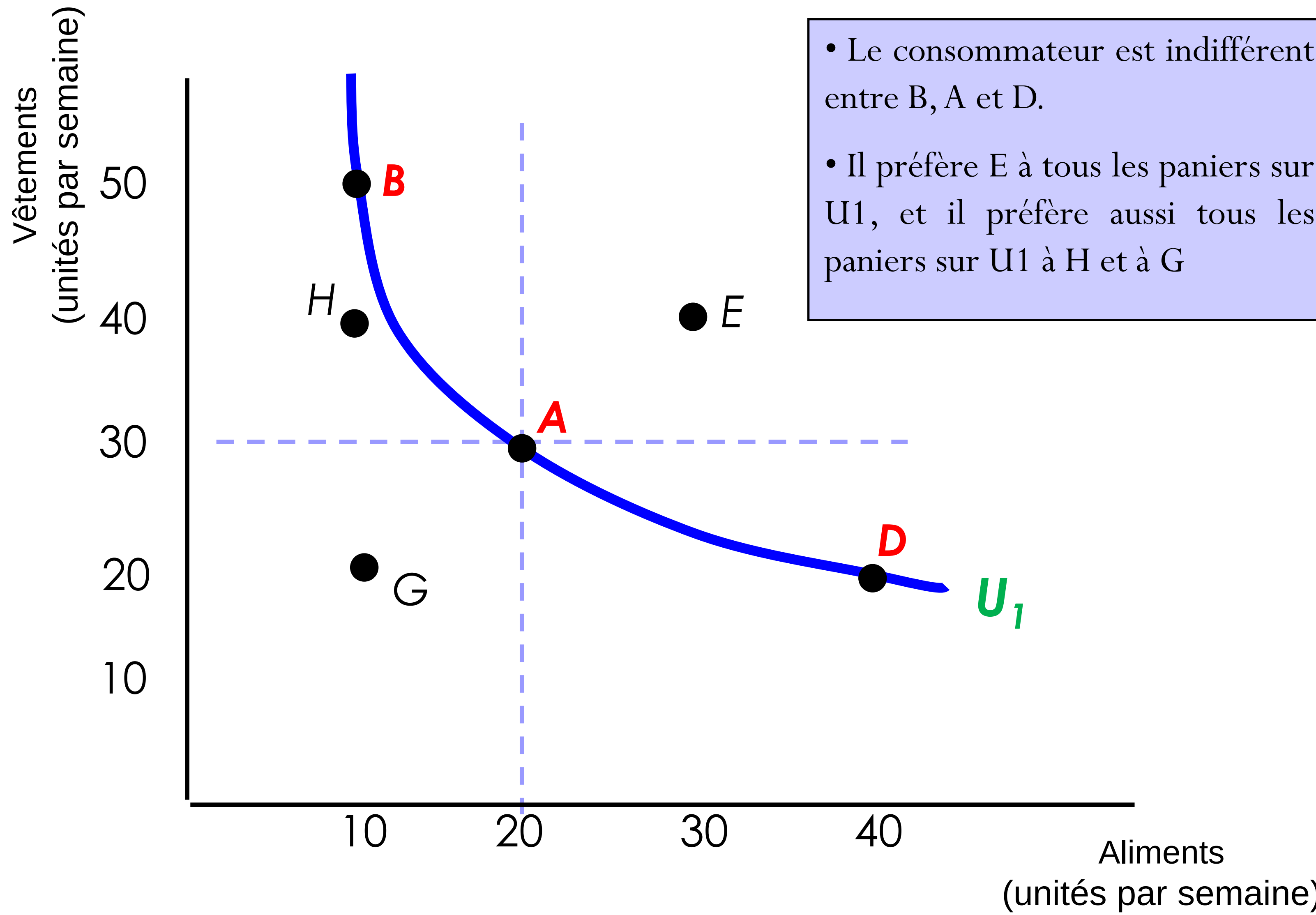


Plus de produits est préféré à moins, le consommateur préfère alors *A* à toute autre combinaison dans le carré jaune, mais il préfère aussi tout point dans le carré rose à A.

Courbes d'indifférence : un exemple

- Des paniers comme B et D ont plus d'un bien, mais moins d'un autre, relativement au panier A :
  - ✓ Il faut plus d'informations sur les préférences du consommateur pour classer A, B et D.
- Un consommateur peut décider d'être indifférent entre B, A et D :
  - ✓ Ces paniers peuvent former une courbe d'indifférence.

Courbes d'indifférence : un exemple



- Le consommateur est indifférent entre B, A et D.
- Il préfère E à tous les paniers sur U1, et il préfère aussi tous les paniers sur U1 à H et à G

Courbes d'indifférence

- Le consommateur préfère toujours un panier « au-dessus » de la courbe d'indifférence à un panier « sur » la courbe d'indifférence.

- De même, le consommateur préfère toujours un panier « sur » la courbe d'indifférence à un panier « au-dessous » de la courbe d'indifférence.

Courbes d’indifférence

- Si la quantité de produits alimentaires augmente sur une courbe d’indifférence, celle de vêtement diminue, le niveau d’utilité devrait rester le même. Aucun panier de biens ne devrait être préféré sur les autres.

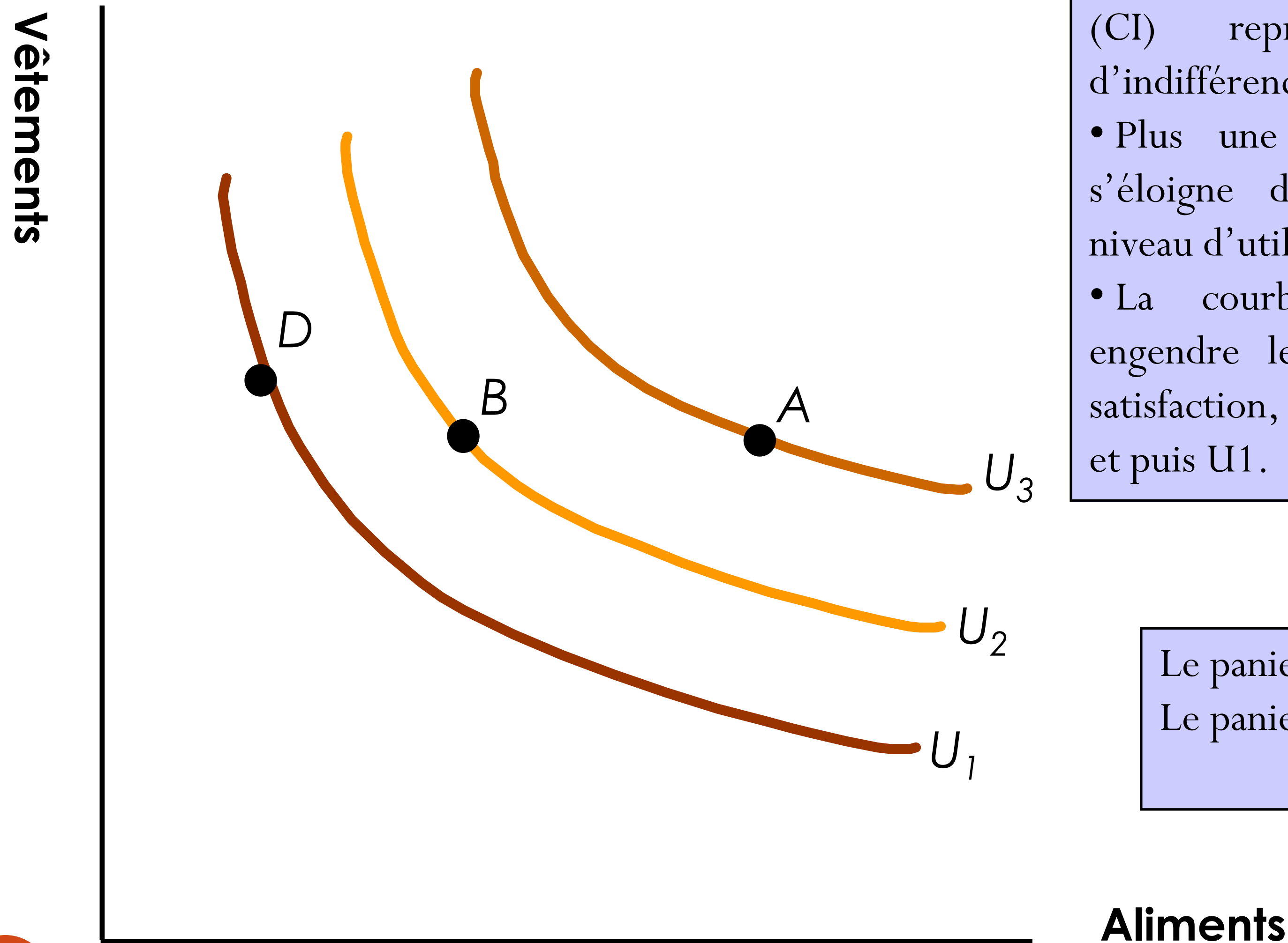
- **Les pentes** des courbes d’indifférence sont alors **négatives.**

Pourquoi ?

Supposons une courbe passant de A à E (la pente est positive). Celle-ci ne peut représenter une courbe d’indifférence dans la mesure où le panier E contient à la fois plus d’unités de produits alimentaires et plus d’unités de vêtement que le panier A. De ce fait, E est préféré à A et ne peuvent pas être situés tout les deux sur la même courbe d’indifférence (car **plus est préféré à moins**).

- Pour décrire les préférences d’un individu face à différentes combinaisons de biens et services, on peut les représenter par un ensemble de courbes d’indifférence **– la *carte d’indifférence***.

Carte d'indifférence



• Les trois courbes d'indifférence (CI) représente une carte d'indifférence.
• Plus une courbe d'indifférence s'éloigne de l'origine, plus son niveau d'utilité est élevé.
• La courbe d'indifférence U3 engendre le plus haut niveau de satisfaction, suivie de la courbe U2 et puis U1.

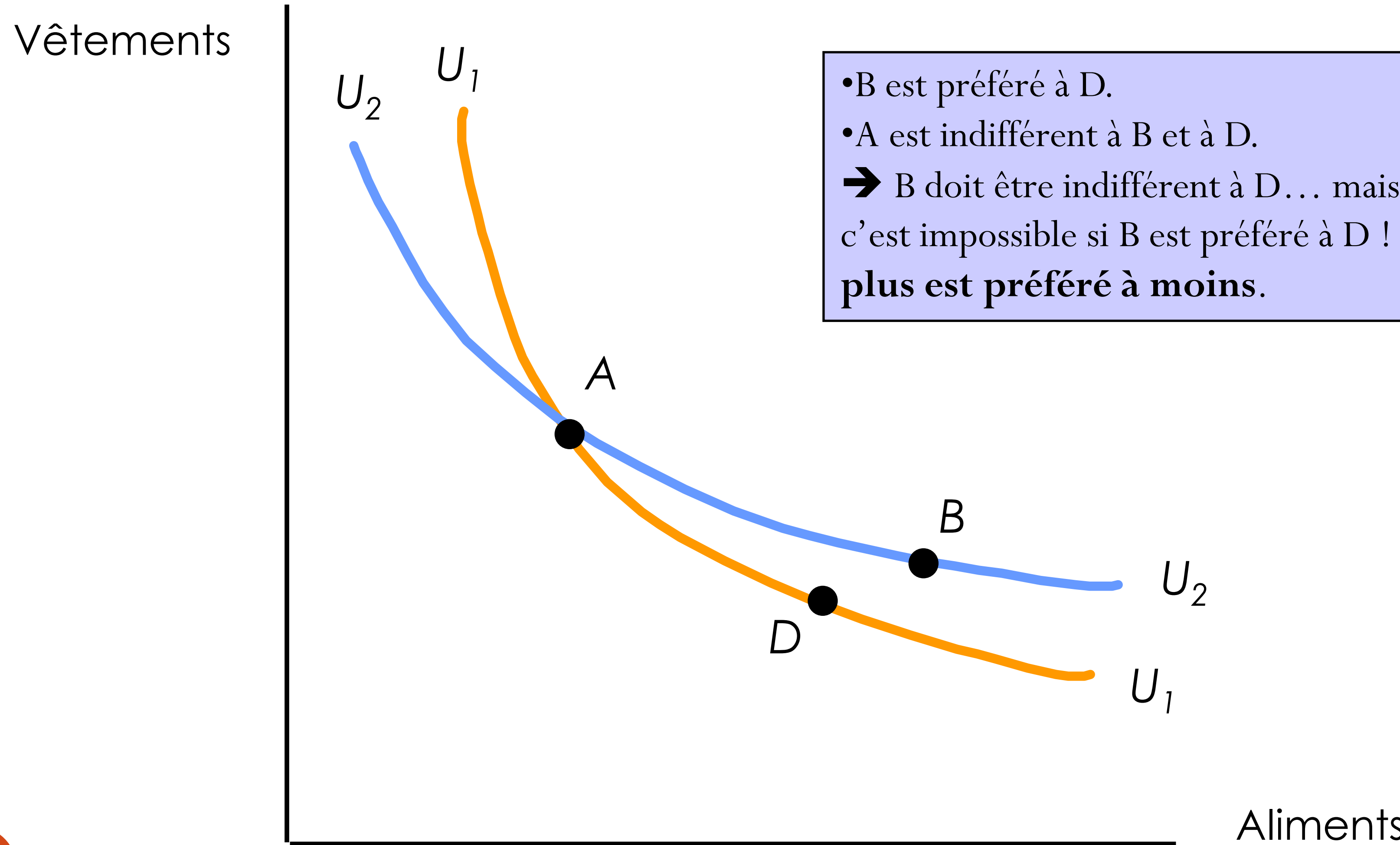
Le panier A est préféré à B.
Le panier B est préféré à D.

Carte d'indifférence

- Les courbes d'indifférence ne peuvent pas se croiser.

- Pourquoi ?

Carte d'indifférence : si les courbes d'indifférence se croisaient ?



•B est préféré à D.
•A est indifférent à B et à D.
➔ B doit être indifférent à D… mais c'est impossible si B est préféré à D ! car **plus est préféré à moins**.

Courbe d'indifférence et taux marginal de substitution

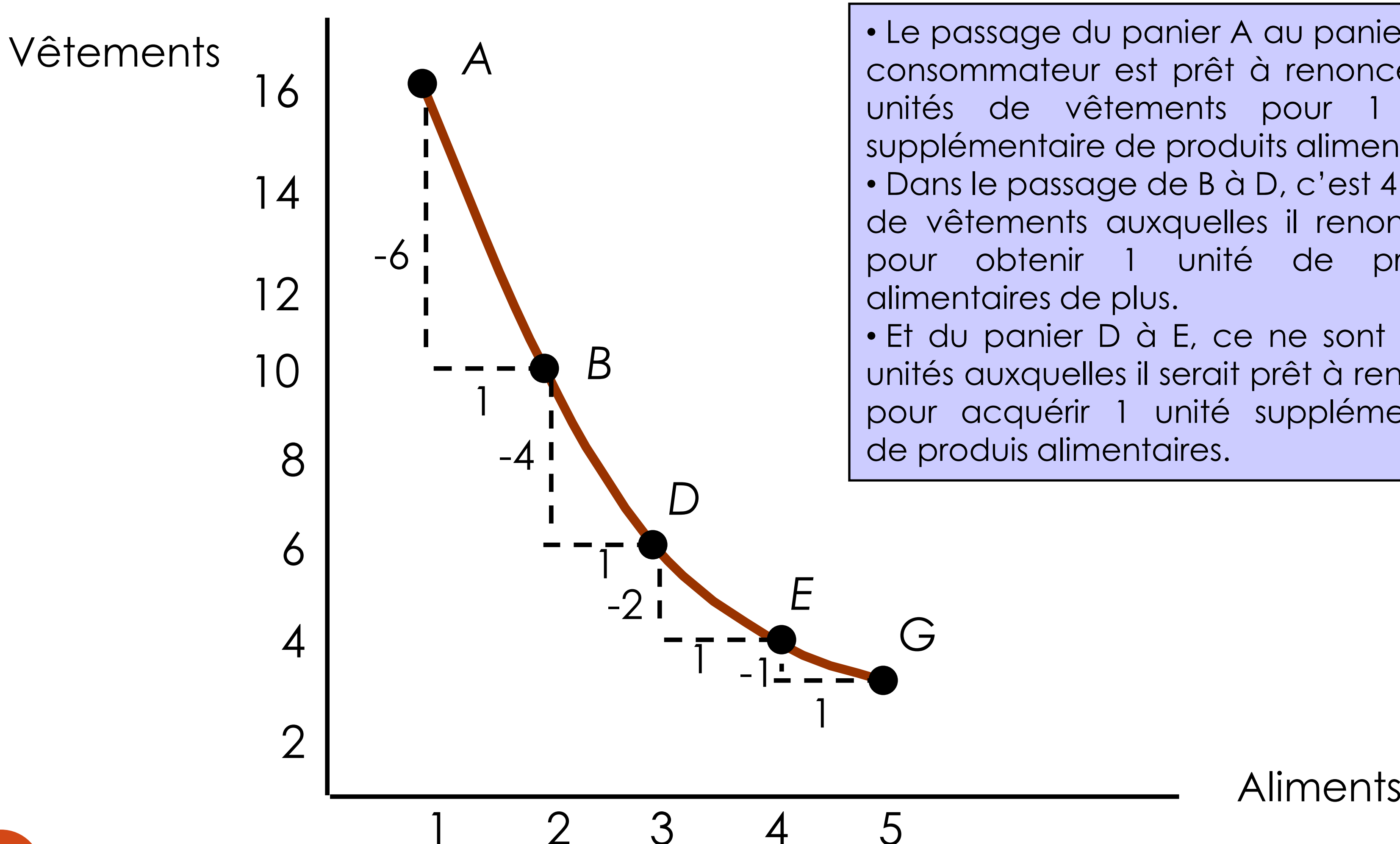
- Les formes des courbes d'indifférence décrivent comment un consommateur est prêt à renoncer à un bien pour un autre.

Par exemple, si la quantité de produits alimentaires augmente sur une courbe d'indifférence, celle de vêtement diminue:

- A ➔ B : renoncer à 6 vêtements pour 1 aliment.
- D ➔ E : renoncer à 2 vêtements pour 1 aliment.

(Voir le graphique ci-après)

Courbe d'indifférence et taux marginal de substitution



- Le passage du panier A au panier B : le consommateur est prêt à renoncer à 6 unités de vêtements pour 1 unité supplémentaire de produits alimentaires.
- Dans le passage de B à D, c'est 4 unités de vêtements auxquelles il renoncerait pour obtenir 1 unité de produits alimentaires de plus.
- Et du panier D à E, ce ne sont que 2 unités auxquelles il serait prêt à renoncer pour acquérir 1 unité supplémentaire de produis alimentaires.

Courbe d'indifférence et taux marginal de substitution

Plus la quantité consommée de vêtements est grande, **plus** la quantité consommée de produits alimentaires est faible et **plus** le consommateur sera prêt à renoncer à des vêtements pour disposer de quantités supplémentaires de produits alimentaires.

Courbe d'indifférence et taux marginal de substitution

- La quantité d'un bien à laquelle un consommateur est prêt à renoncer pour obtenir une quantité plus importante d'un autre bien est mesurée par le ***taux marginal de substitution*** ***(TMS)***.

- Le TMS mesure aussi la pente de la courbe d'indifférence en un point.

Taux marginal de substitution

- **Le taux marginal de substitution** de produits alimentaires aux vêtements est le nombre maximal d'unités de vêtements auxquelles l'individu est prêt à renoncer pour obtenir une unité supplémentaire de produits alimentaires.

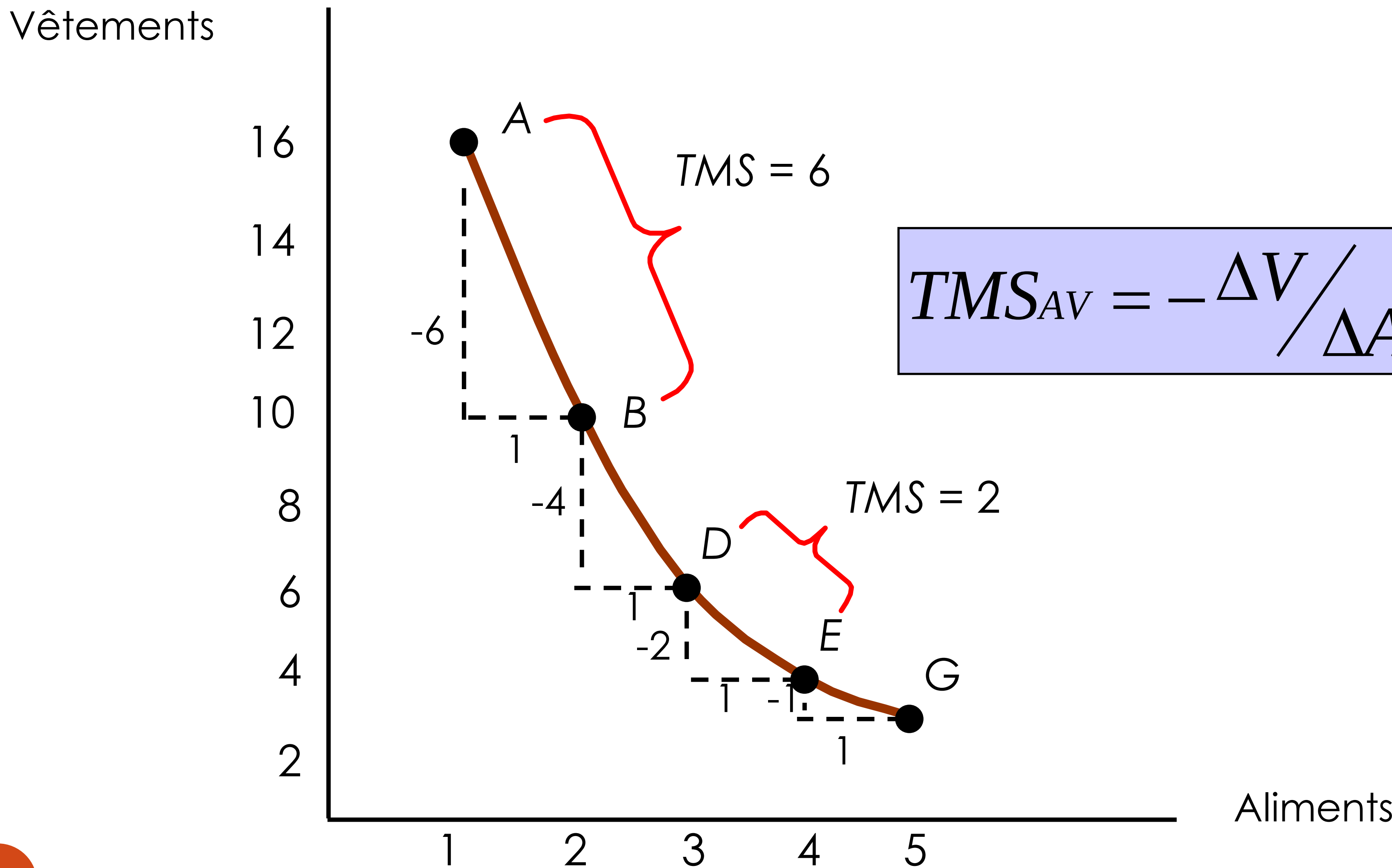
TMS du bien X au bien Y (TMS_{XY}): le taux marginal de substitution du bien X au bien Y, se définit comme la quantité de bien Y à laquelle le consommateur consent à renoncer pour obtenir une unité supplémentaire de X, sa satisfaction demeurant inchangée.

Taux marginal de substitution

- Quand nous parlons du **TMS**$_{XY}$, nous devons identifier le bien que l'on acquiert et le bien auquel on renonce.

- En général, le **TMS** désigne la quantité de biens (Y) de l'axe des ordonnées à laquelle on est prêt à renoncer pour obtenir une unité supplémentaire du bien (X) de l'axe des abscisses.

Taux marginal de substitution



$$TMS_{AV} = -\Delta V / \Delta A$$

Taux marginal de substitution

- **La décroissance du TMS**: Le TMS diminue au fur et à mesure que l'on se déplace vers le bas de la CI. Cette **décroissance du TMS** révèle une caractéristique importante du comportement du consommateur.

- Les CI sont en général **convexes**, incurvées vers le bas. Le terme convexe signifie que **la pente** de la CI devient de moins en moins négative: **(-6, -4, -2, -1)** quand on descend le long de la courbe. Cela peut s'expliquer aussi par le fait que le consommateur **préfère un panier diversifié** à un panier consistant d'unités d'un seul bien.

Taux marginal de substitution

- L’augmentation de l’utilité **(ΔU)** due à une consommation supplémentaire du bien **X** est égale à :

  (Umx) Δx (avec Δx>0)

- La réduction de l’utilité **(ΔU)** due à une consommation moins importante du bien **Y** est égale à :

  (UmY) ΔY (avec ΔY<0)

Taux marginal de substitution

- Au long d'une CI, le niveau d'utilité est constant. Si on augmente la quantité consommée du bien **X** et on baisse celle du bien **Y**, l'effet net est zéro ($\Delta U = 0$) :

$$\boxed{(Um_X)(\Delta X) + (Um_Y)(\Delta Y) = 0}$$

Taux marginal de substitution

En redisposant les termes de l'équation :

$$(Um_X)(\Delta X) + (Um_Y)(\Delta Y) = 0$$

$$(Um_X)(\Delta X) = -(Um_Y)(\Delta Y)$$

$$\frac{(Um_X)}{(Um_Y)} = -\frac{\Delta Y}{\Delta X} = TMS_{(X,Y)}$$

Taux marginal de substitution

- La forme d’une courbe d’indifférence traduit la volonté du consommateur de substituer un bien à un autre.

- Il y a deux cas opposés et intéressants :

✓ substituts parfaits ;

✓ compléments parfaits.

Taux marginal de substitution

Substituts parfaits :

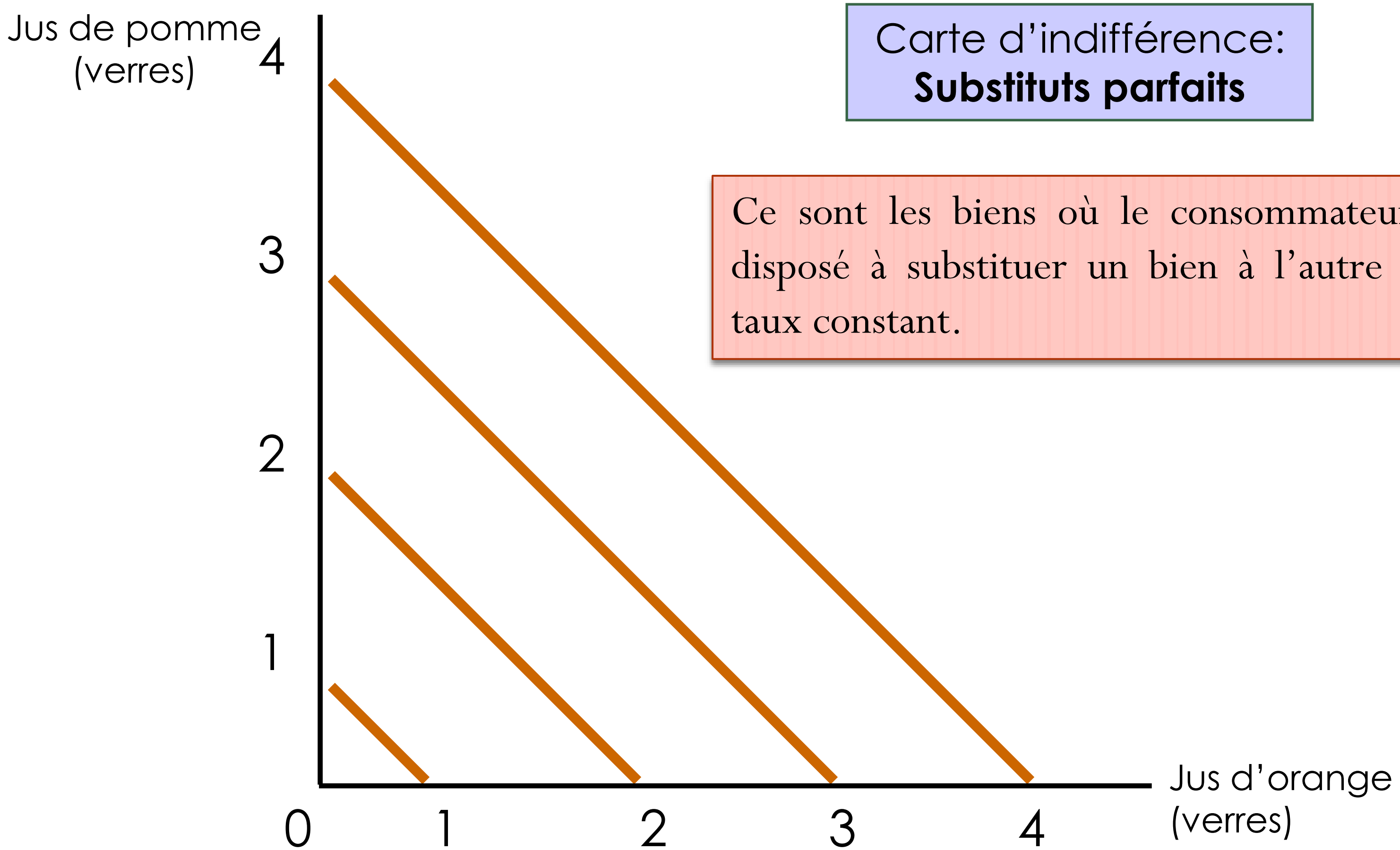
- En général, on dit que les biens sont des **substituts parfaits** quand le TMS de l'un à l'autre est **constant**.

- ✓ **Par exemple**, jus d'orange et jus de pomme.

  Le consommateur voudrait toujours échanger un verre de jus d'orange pour un verre de jus de pomme.

- Les courbes d'indifférence représentant cet arbitrage sont des **droites**.

Substituts parfaits



Carte d'indifférence:
Substituts parfaits

Ce sont les biens où le consommateur est disposé à substituer un bien à l'autre à un taux constant.

Compléments parfaits :

- Deux biens sont des compléments parfaits quand la courbe d'indifférence est en L.

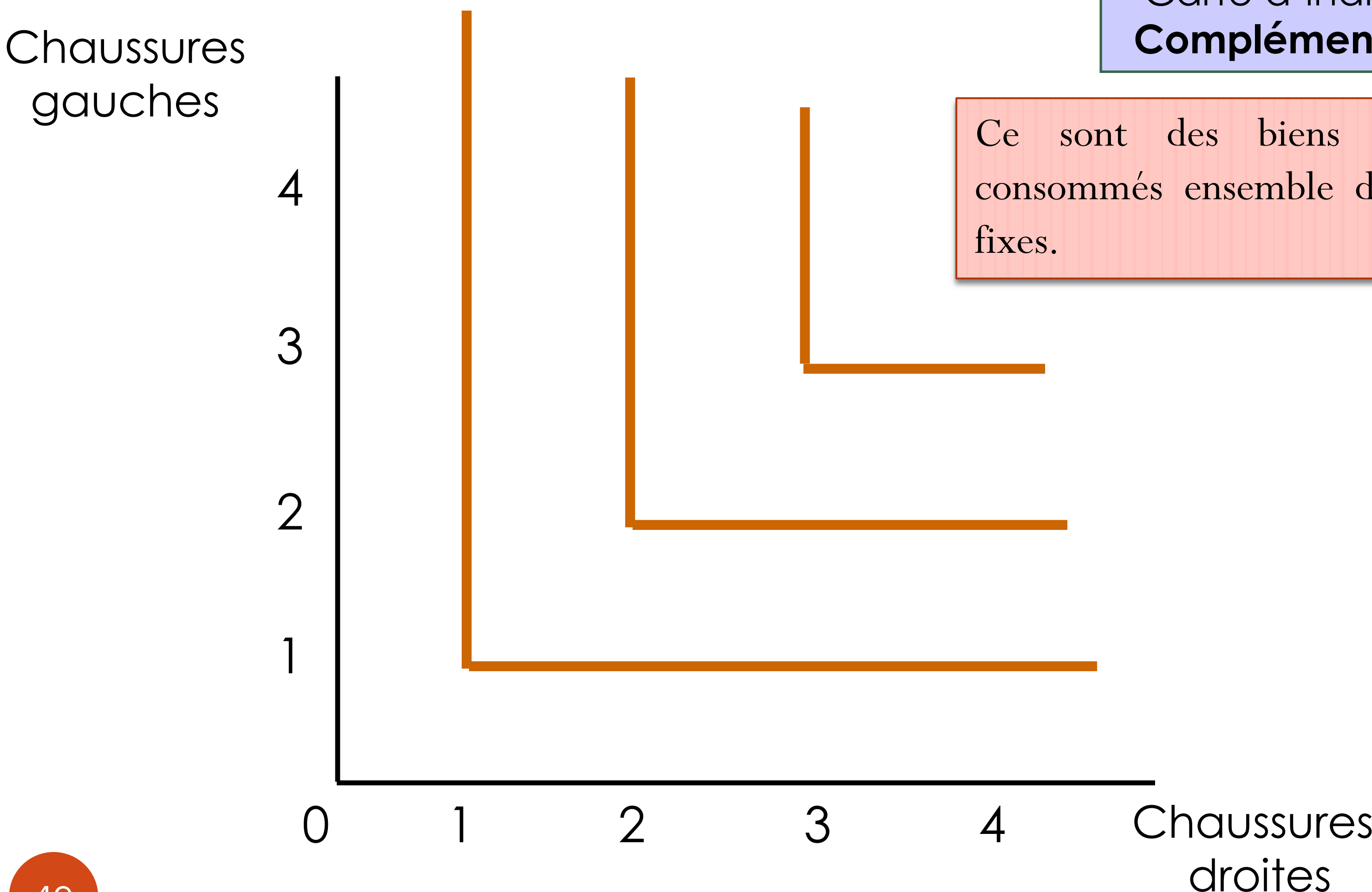
- ✓ **Par exemple**, si un consommateur a une chaussure gauche et une chaussure droite.

- ✓ le TMS dans le cas de biens parfaitement complémentaire n'a pas de signification.

Compléments parfaits

Carte d'indifférence:
Compléments parfaits

Ce sont des biens qui sont toujours consommés ensemble dans des proportions fixes.



Courbes d’indifférence et fonction d’utilité

- Il est parfois utile de se servir de valeurs numériques, en plus du classement de niveau de satisfaction.
- La ***fonction d’utilité*** est une relation qui associe un niveau d’utilité à chaque panier de biens. Si la fonction d’utilité est :

$$U(A,V) = A + 2V$$

alors, un panier de 8 unités alimentaires (A) et de 3 unités vestimentaires (V) donne une utilité de :

$$14 = 8 + 2(3)$$

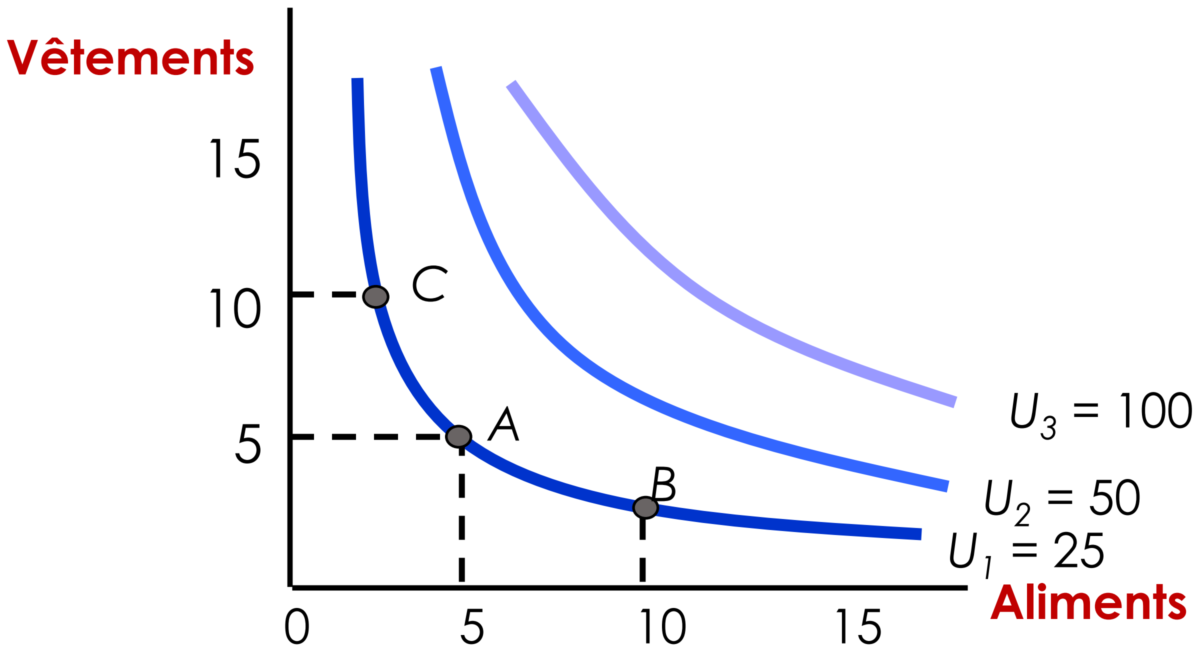
Panier	Aliments	Vêtements	Utilité
A	8	3	8 + 2(3) = 14
B	6	4	6 + 2(4) = 14
C	4	4	4 + 2(4) = 12

Le consommateur est indifférent entre **A** et **B** et les préfère à **C**.

Courbes d'indifférence et fonction d'utilité

- Si la nouvelle fonction d'utilité est : $U(A,V) = A.V$
- Le consommateur est indifférent entre A et B et C.

Panier	Aliments	Vêtements	Utilité
A	5	5	5x5 = 25
B	10	2,5	10x2,5 = 25
C	2,5	10	2,5x10 = 25



La contrainte budgétaire du consommateur

- **Les préférences** ne sont pas le seul facteur explicatif du comportement du consommateur. **Les contraintes budgétaires** limitent aussi le choix du consommateur.

- **La droite de budget** est l'ensemble des combinaisons de deux biens tels que les dépenses totales égalisent le revenu.

- On suppose que **le revenu** est dépensé totalement et que **l'épargne** est nulle.

La contrainte budgétaire du consommateur

- A = quantité alimentaire achetée
- V = quantité vestimentaire achetée
- P_A = prix d'une unité alimentaire
- P_V = prix d'une unité vestimentaire

➔ $P_A \,.\, A$ = dépenses alimentaires

➔ $P_V \,.\, V$ = dépenses vestimentaires

$$P_A \,.\, A + P_V \,.\, V = R \text{ (revenu)}$$

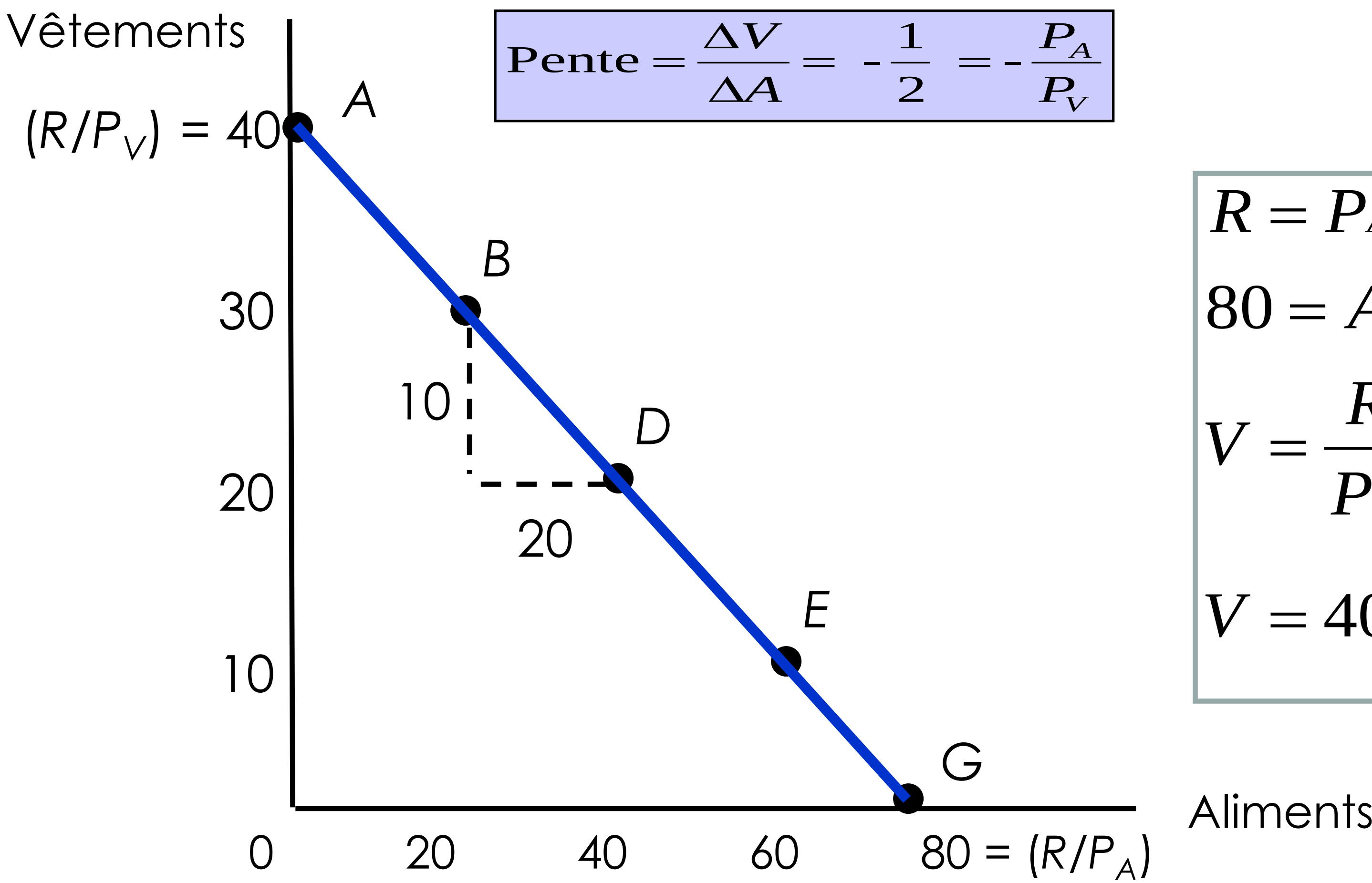
La contrainte budgétaire du consommateur

- Supposons que le consommateur ait un revenu de 80 et qu'il désire acheter de la nourriture (A) et des vêtements (V):
- Budget = R = 80 ; $P_A = 1$ et $P_V = 2$

Panier	Aliments $P_A = 1$ dh	Vêtements $P_V = 2$ dh	Revenu $R = P_A A + P_V V$
A	0	40	80 dh
B	20	30	80 dh
D	40	20	80 dh
E	60	10	80 dh
G	80	0	80 dh

La contrainte budgétaire du consommateur

$$\text{Pente} = \frac{\Delta V}{\Delta A} = -\frac{1}{2} = -\frac{P_A}{P_V}$$



$$R = P_A A + P_V V$$

$$80 = A + 2V$$

$$V = \frac{R}{P_V} - \frac{P_A}{P_V} A$$

$$V = 40 - \frac{1}{2} A$$

La droite de budget :

- Le point d'intersection de la droite avec l'ordonnée (verticale) R/P_V représente **la quantité maximale** de vêtements qu'on peut acheter avec le revenu R.

- Le point d'intersection de la droite avec l'abscisse (horizontale) R/P_A représente **la quantité maximale** de produits alimentaires qu'on peut acheter avec le revenu R.

La contrainte budgétaire du consommateur

- Le long de la droite de budget, le consommateur dépense moins sur un bien et plus sur l'autre.

- La pente est l'opposé du rapport des prix des deux biens.

- Quand les revenus et les prix changent, la droite de budget est aussi affectée, ainsi que le choix du consommateur.

La contrainte budgétaire du consommateur

Les effets d'une variation de revenu :

- Une augmentation de revenu provoque un déplacement de la droite de budget vers l'extérieur, mais parallèlement à sa position initiale (**quand les prix sont constants**).

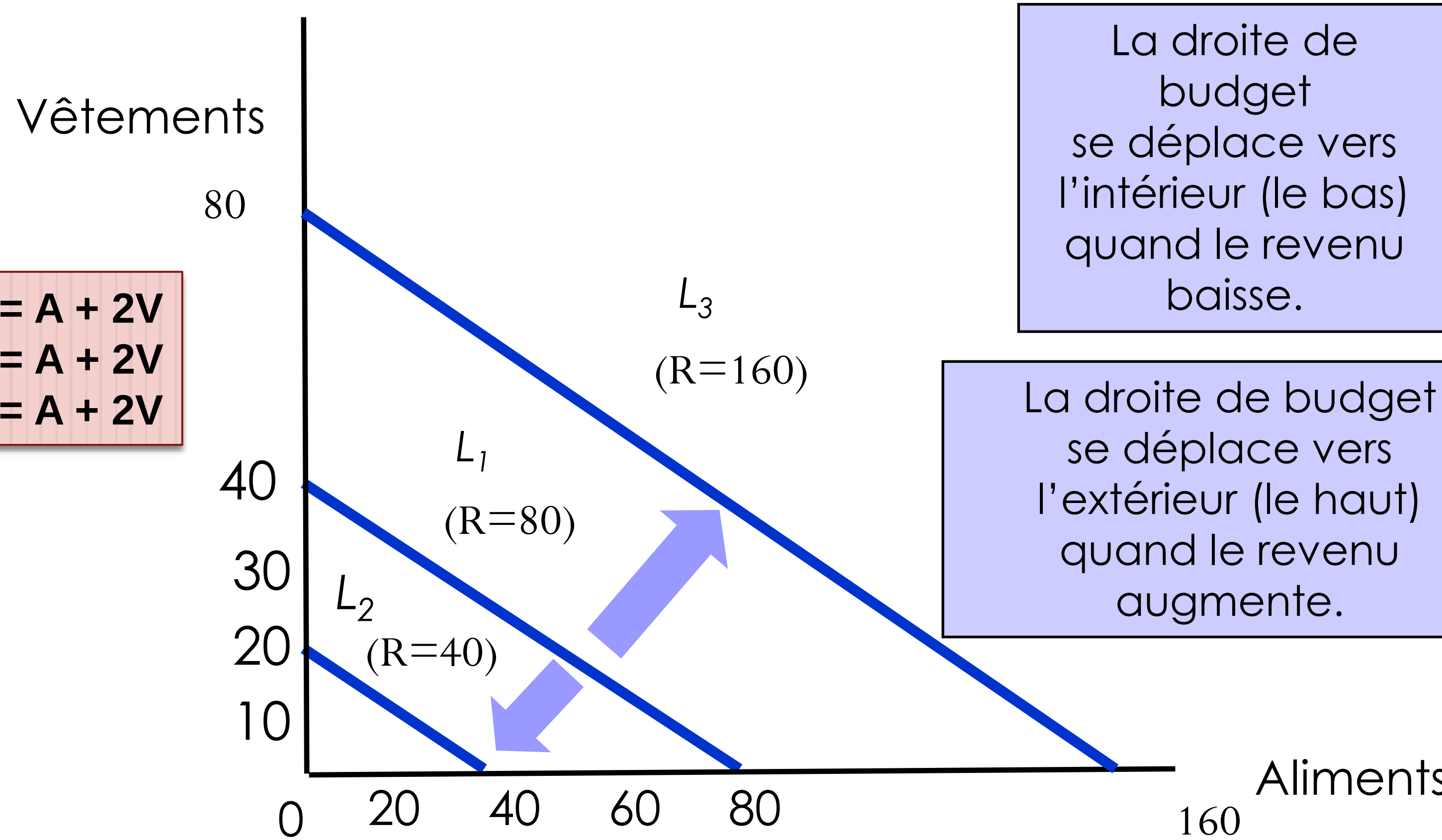
- Le consommateur peut acheter plus des deux biens.

- Une baisse de revenu provoque l'effet opposé (déplacement vers l'intérieur).

La contrainte budgétaire du consommateur

Les effets d'une variation de revenu :

(L2): 40 = A + 2V
(L1): 80 = A + 2V
(L3):160 = A + 2V



La droite de budget se déplace vers l'intérieur (le bas) quand le revenu baisse.

La droite de budget se déplace vers l'extérieur (le haut) quand le revenu augmente.

La contrainte budgétaire du consommateur

Les effets d’une variation de prix :

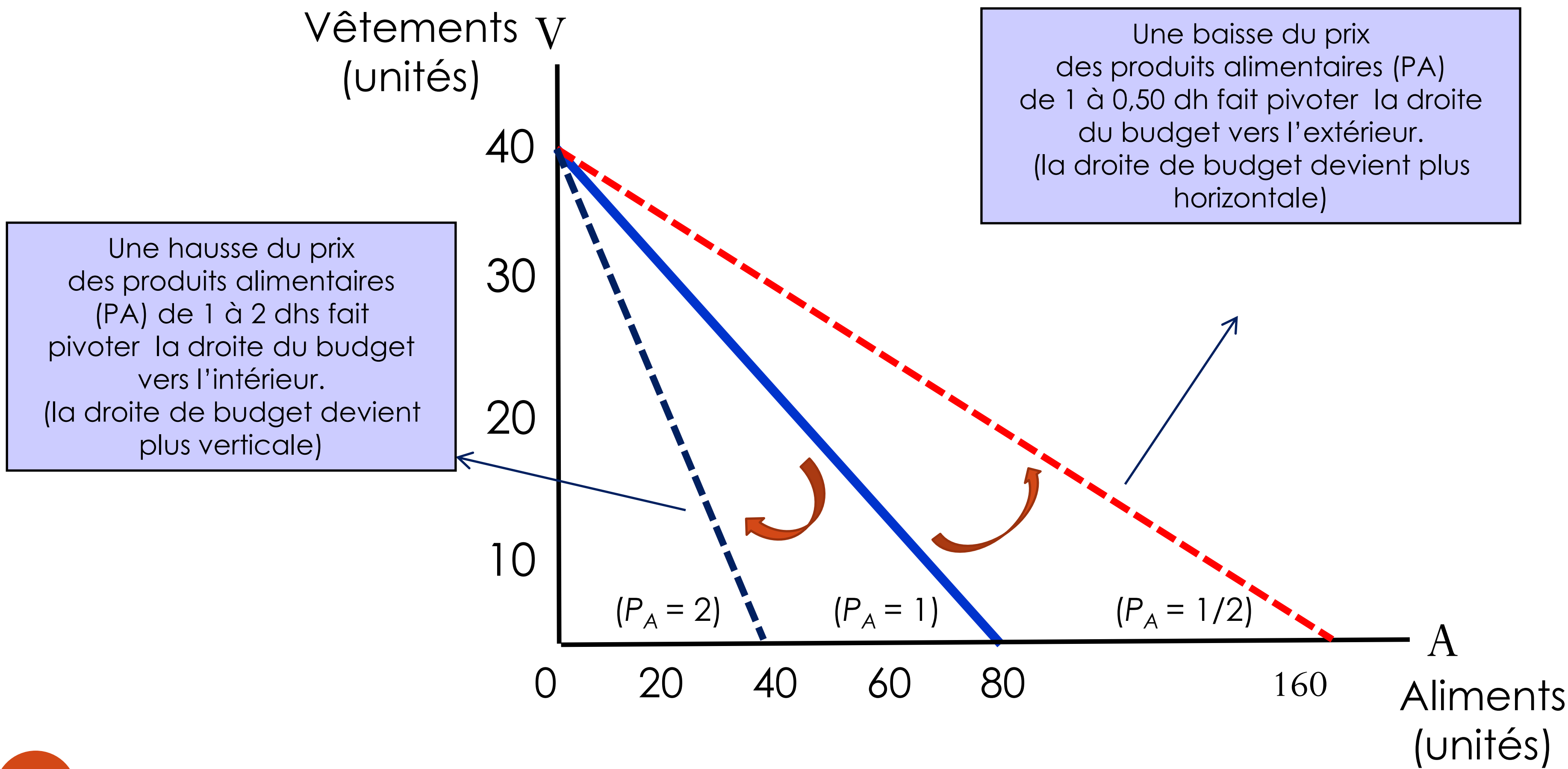
- Si le prix d’un bien augmente, la droite de budget pivote.

- Supposons que le prix des aliments augmente :
  - ✓ Si le consommateur n’achète que des produits alimentaires, il ne peut en acheter autant qu’avant. Le point d’intersection de la droite avec l’abscisse se déplace vers zéro (baisse de R/P_A).

  - ✓ Si le consommateur n’achète que des produits vestimentaires, il peut en acheter autant qu’avant. L’ordonnée (R/P_V) ne change pas.

La contrainte budgétaire du consommateur

Les effets d’une variation de prix :



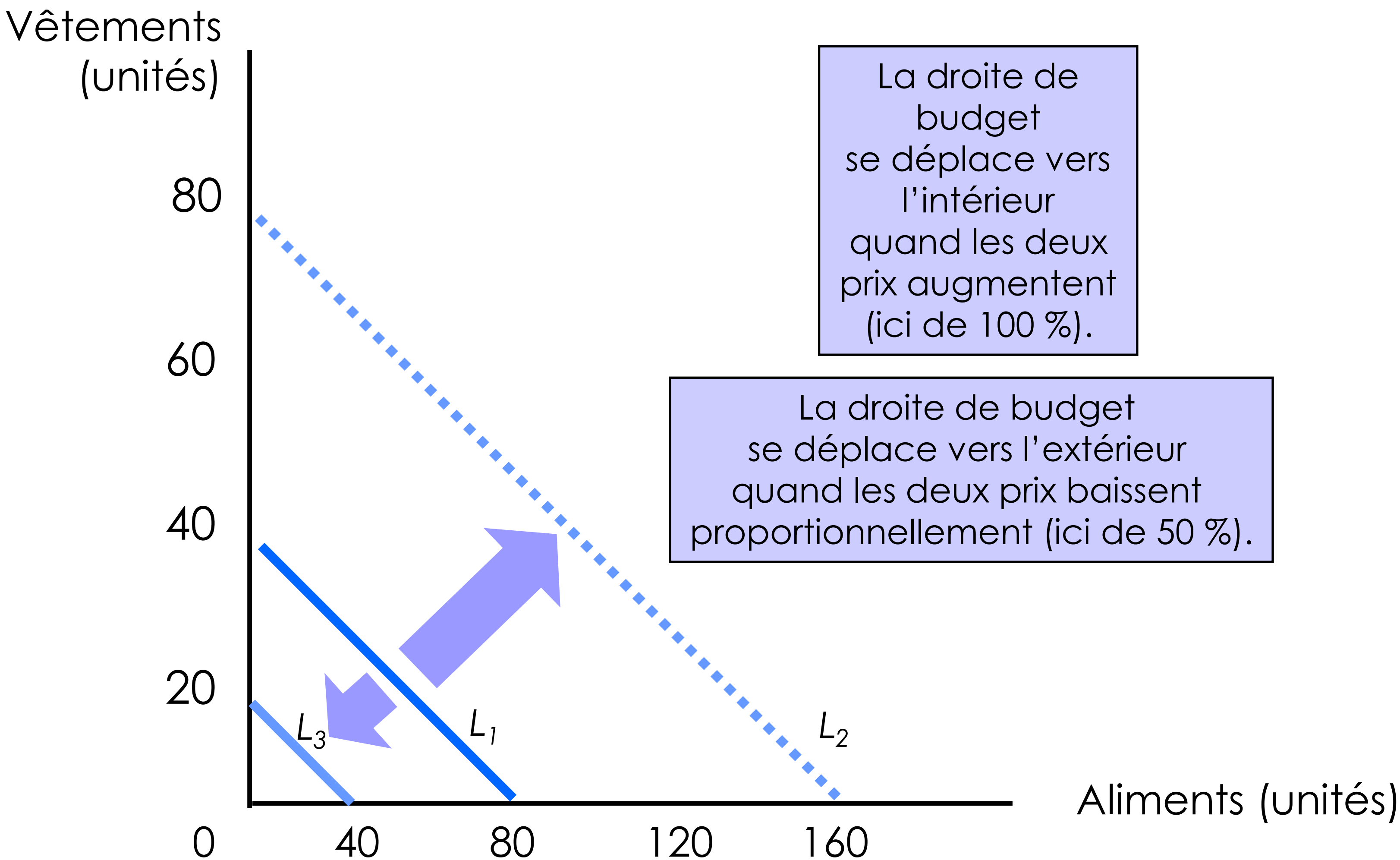
➢ Les effets d'une variation de prix :

- Si le prix des deux biens augmente **proportionnellement** (le ratio des prix ne varie pas), la pente de la droite de budget ne change pas. Cependant, la droite de budget se déplace parallèlement vers l'intérieur.

- Et, *vice versa*, si les prix des deux biens baissent **proportionnellement**, la droite de budget se déplace vers l'extérieur.

La contrainte budgétaire du consommateur

Le prix des deux biens augmente ou baisse proportionnellement :



Chapitre II :

Le choix optimal du consommateur

Après avoir étudié les préférences et les contraintes budgétaires, nous pouvons déterminer comment le consommateur décide de la somme à allouer à l'achat de chaque bien.

- Quelle quantité du bien x et du bien y le consommateur devrait-il se procurer?

⇒ La combinaison qui lui permet de maximiser sa satisfaction tout en respectant sa contrainte de budget.

- Comment identifier cette combinaison?

⇒ La meilleure combinaison doit se situer :
  - Sur la droite de budget ;
  - Sur la courbe d'indifférence accessible la plus élevée possible.

Le problème du consommateur peut être résolu de façon

graphique* ou *algébrique

Le choix optimal du consommateur

➢ Résolution graphique du problème du consommateur

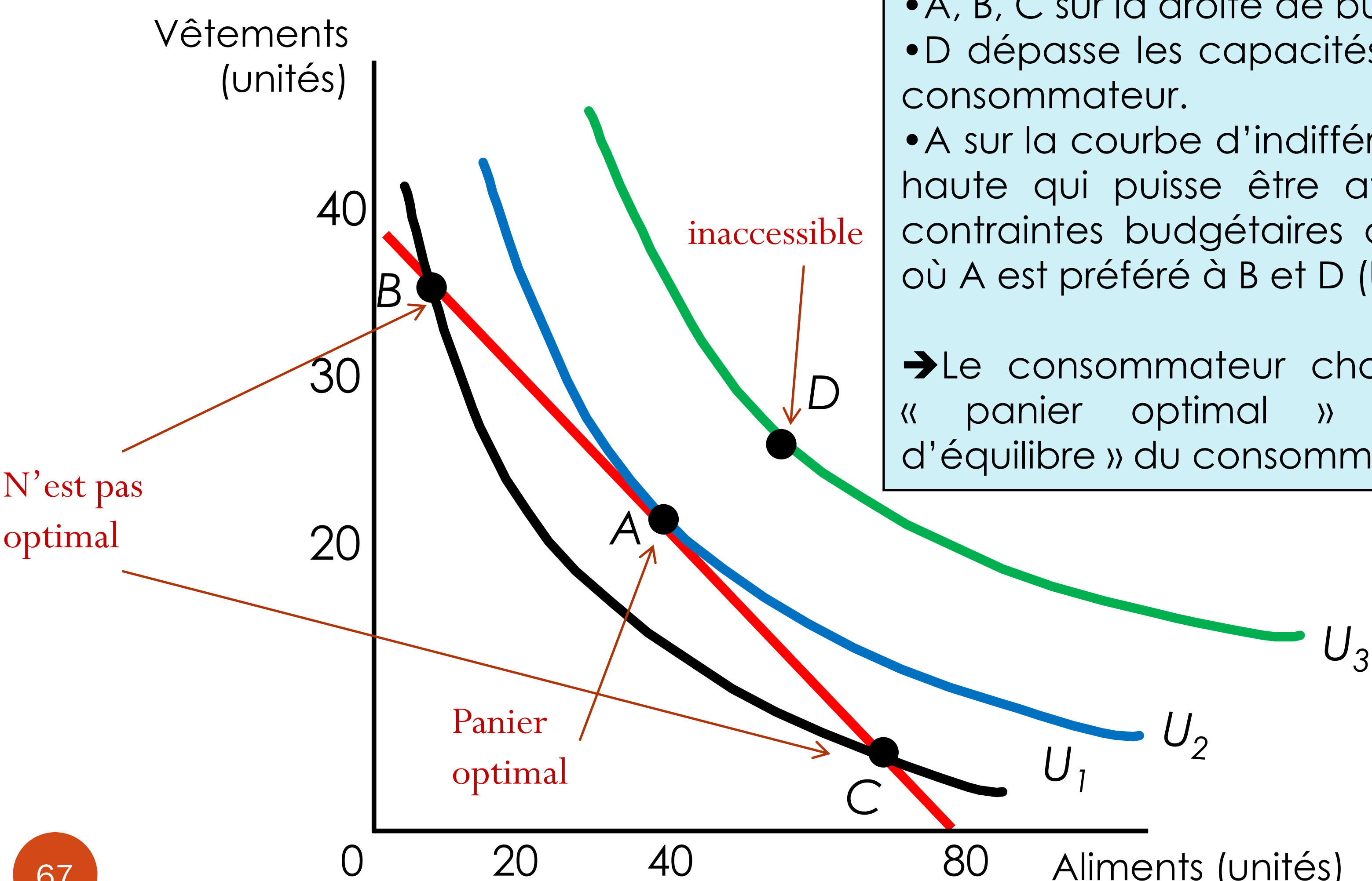
- Le consommateur ***rationnel doit choisir, parmi l'ensemble des paniers*** de biens qui se présentent à lui, ***celui qui lui procure un maximum de satisfaction compte tenu de son budget.***

- Pour déterminer graphiquement l'optimum du consommateur, on représente sur un même graphique les ***préférences du consommateur*** (carte d'indifférence) et sa ***contrainte budgétaire (droite de budget).***

➡ Le ***panier de consommation optimal sera celui qui permet au*** consommateur ***d'être sur la CI la plus éloignée de l'origine et d'être sur la droite de budget.***

Le choix optimal du consommateur

Le consommateur choisit le panier qui procure la plus haute utilité sous sa contrainte budgétaire.

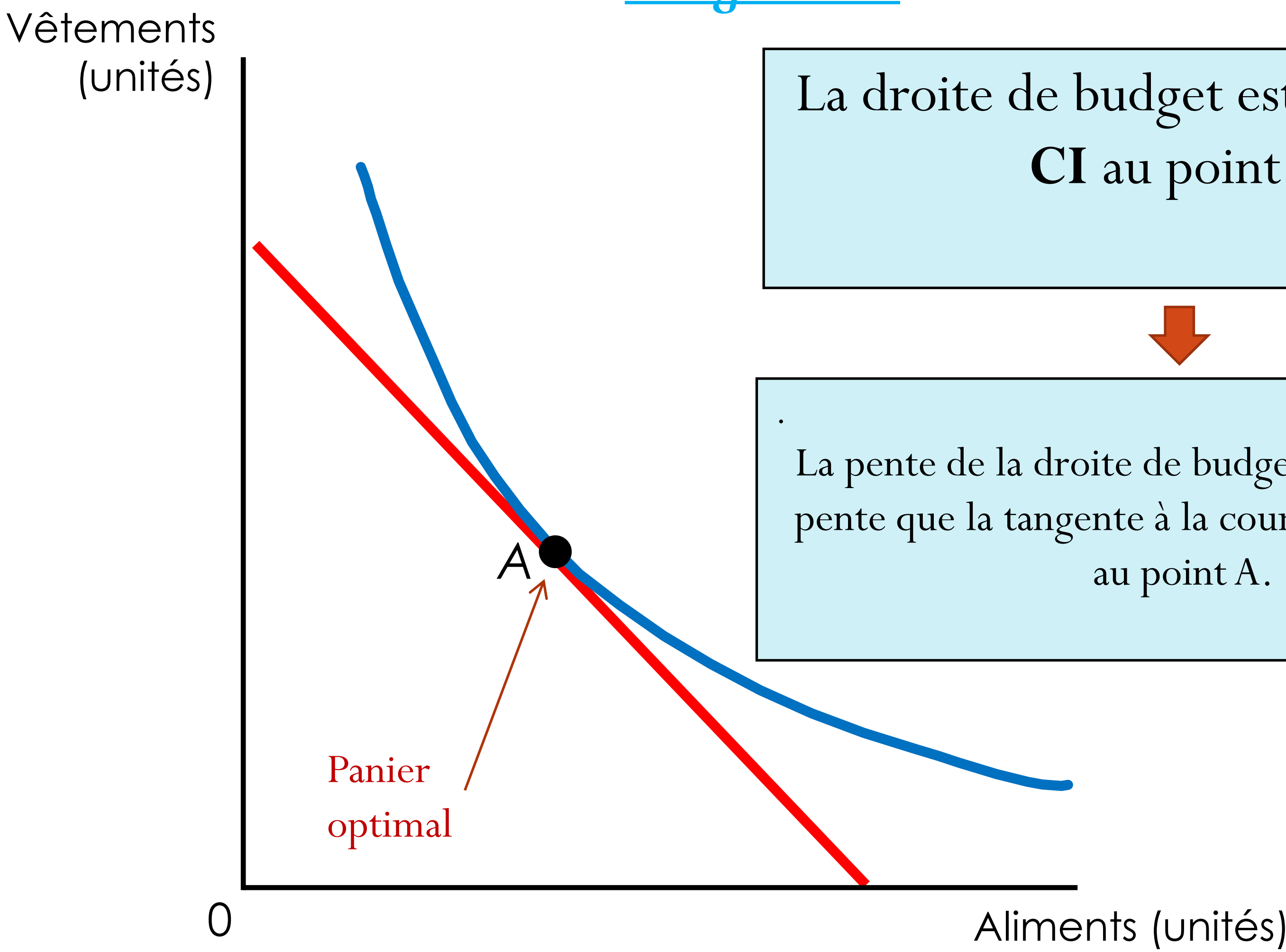


- A, B, C sur la droite de budget.
- D dépasse les capacités financières du consommateur.
- A sur la courbe d'indifférence U2 la plus haute qui puisse être atteinte sous les contraintes budgétaires dans la mesure où A est préféré à B et D (U2 > U1).

➔Le consommateur choisit A: c'est le « panier optimal » ou « panier d'équilibre » du consommateur.

Le choix optimal du consommateur

Le panier optimal A procure la plus haute utilité sous sa contrainte budgétaire.



La droite de budget est tangente à la **CI** au point **A**.

.

La pente de la droite de budget affiche la même pente que la tangente à la courbe d'indifférence au point A.

Récapitulons :

Le panier optimal A se situe au point de tangence entre la droite de budget et la CI

Donc au point A:

Pente de la CI = Pente de la droite de budget

$$\frac{\Delta Y}{\Delta X}$$

$$-\frac{P_X}{P_Y}$$

$$TMS = -\frac{\Delta Y}{\Delta X}$$

$$\text{Rapport des prix} = \frac{P_X}{P_Y}$$

Le choix optimal du consommateur

- À l'optimum A, on a: $$TMS_{XY} = -\frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{P_X}{P_Y}$$

- On sait que: $$TMS_{XY} = -\frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{Um_X}{Um_Y}$$

- Donc: $$TMS_{XY} = -\frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{Um_X}{Um_y} = \frac{P_x}{P_Y}$$

Um(x)/Px =Um(Y)/PY

On peut donc dire qu'à l'équilibre du consommateur, le TMS entre les deux biens est égal au rapport des utilités marginales et au rapport des prix

Le choix optimal du consommateur

➢ **Résolution algébrique du problème de consommateur**

- Le problème du choix du consommateur est un problème de ***maximisation sous contrainte dont les variables sont x, y.***

Rappel de l'optimisation: Optimum et contraintes

Programme d'optimisation:

Max.U= u(x,y) ⟶ fonction objectif

S.C. R: R(x,y)=0 ⟶ contrainte

But: trouver (X^*,Y^*) maximisant U étant donné R.

⬇

Deux méthodes permettent la résolution de ce problème:

La méthode de « substitution » et/ou la méthode de « Lagrange ».

Le choix optimal du consommateur

A- Optimisation: Méthode par substitution

-**Ecrire la contrainte en fonction de l'une des variables ;**
-**Remplacer dans la fonction objectif ;**
-**Trouver les valeurs optimales de x et y (extremum de la fonction).**

- Nous savons que le problème du consommateur peut s'écrire :

$$\begin{cases} Max\ U(X,Y) \\ Sous\ contrainte\ R = P_x X + P_Y Y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Max\ U(X,Y) \\ Y = \dfrac{R}{P_Y} - X\dfrac{P_X}{P_Y} \end{cases}$$

- En remplaçant ***Y*** dans la fonction d'utilité, nous obtenons : $Max\ U\left(x, \dfrac{R}{P_Y} - x.\dfrac{P_X}{P_Y}\right)$

- Pour maximiser la fonction d'utilité, deux conditions sont nécessaires

$$\begin{cases} 1\text{ère condition } U'(X) = 0 \\ 2\text{ème condition } U''(X) < 0 \end{cases} \Rightarrow$$ *Ce qui permet de déterminer* ***X*** *puis* ***Y***

Le choix optimal du consommateur

A- Optimisation: Méthode par substitution

Exemple d'application:

Max U= 2xy ; S.c: 10-2x-y = 0

Y = 10 – 2x

U= 2x(10-2x) = 20x - 4 x^2

$$\frac{\partial U}{\partial x} = 0 \longrightarrow \quad 20 - 8x = 0 \longrightarrow \begin{cases} X^* = 5/2 \\ Y^* = 5 \end{cases}$$

Cet extremum est un maximum puisque **la dérivée seconde est négative**.

$$\frac{\partial^2 U}{\partial^2 x} = -8 < 0$$

Le choix optimal du consommateur

B- Optimisation: La méthode de Lagrange

- La méthode de Lagrange consiste à former, à partir de la fonction objectif $\boldsymbol{U(X,Y)}$ et de la contrainte budgétaire $\boldsymbol{R = P_X.X + P_Y.Y}$, la fonction de Lagrange $\boldsymbol{L\ (X,Y,\lambda)}$ telle que :

$$L(X,Y,\lambda) = U(X,Y) + \lambda(R - \mathrm{P_X X} - \mathrm{P_Y Y})$$

- Le théorème de Lagrange dit qu'un choix est optimal s'il respecte les trois conditions de premier ordre suivantes :

$$(1) \quad \frac{\partial L}{\partial X} = \frac{\partial U}{\partial X} - \lambda.P_X = Um_X - \lambda.P_X = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{Um_X}{P_X}$$

$$(2) \quad \frac{\partial L}{\partial Y} = \frac{\partial U}{\partial Y} - \lambda.P_Y = Um_Y - \lambda.P_Y = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{Um_Y}{P_Y}$$

$$(3) \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = R - P_X.X - P_Y.Y = 0 \Rightarrow R = P_X.X + P_Y.Y$$

Le choix optimal du consommateur

- **En considérant (1) et (2), nous obtenons :**

$$\lambda = \frac{Um_X}{P_X} = \frac{Um_Y}{P_Y} \Rightarrow \frac{Um_X}{Um_Y} = \frac{P_X}{P_Y}$$

- **On peut donc dire qu'à l'équilibre du consommateur, le TMS entre les deux biens est égal au rapport des utilités marginales et au rapport des prix**

Remarque:

Les conditions du premier ordre définissent un **extremum. Pour qu'il** soit un **maximum il faut que les conditions du deuxième ordre soient** respectées, c'est-à-dire : $d^2L < 0$.

Le choix optimal du consommateur

B- Optimisation: La méthode de Lagrange

Fonction de Lagrange: $L\ (X,Y,\lambda) = U(x,y) + \lambda\ g(x,y)$

λ est le multiplicateur de Lagrange (importance relative de la contrainte)

Exemple **:** max $U = 2xy$

sc: $10 - 2x - y = 0$

Fonction de Lagrange: $L\ (X,Y,\lambda) = 2xy + \lambda(10-2x-y)$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 2y - 2\lambda = 0 \iff y = \lambda$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = 2x - \lambda = 0 \iff 2x = \lambda$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 10 - 2x - y = 0 \iff$$ (Contrainte saturée)

On remplace y par sa valeur dans la contrainte: $10 - 2x - 2x = 0$

Solution optimale: $X^* = 5/2$; $Y^* = 5$

Le choix optimal du consommateur

- Pour vérifier si l'extremum est un maximum il faut passer par le calcul du **Déterminant du *Hessienne*** qui doit être positif (signe inverse du dérivée seconde).

$$H(f) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{bmatrix}$$